

4 VÍCEKRITERIÁLNÍ ROZHODOVÁNÍ V POŽÁRNÍ PROBLEMATICE

4.1 Úvod do problematiky

Vícekriteriální rozhodování je nástroj matematické teorie, pomocí kterého se snažíme vyhodnotit různé situace, které na první pohled nejsou zcela zřejmé. V požární problematice může jít např. o dilema volby vhodného systému požární ochrany daného objektu. Každé z přípustných řešení má jistě své výhody i nevýhody a je na projektantovi, aby zvolil nejvhodnější variantu. K tomu může sloužit právě některá z metod vícekriteriálního rozhodování. (Pozn.autora: jelikož je problematika vícekriteriálního rozhodování dosti složitou záležitostí, má tato kapitola pouze informativní charakter s cílem seznámit posluchače s touto oblastí a vysvětlit základní principy řešení některých metod. Pro hlubší studium a plné pochopení je doporučeno seznámit se s literaturou uvedenou v závěru kapitoly.)

Jak již z názvu vyplývá, cílem vícekriteriálního rozhodování je vyhodnotit a následně se rozhodnout pro nejvhodnější variantu ze všech možných variant. Pro hodnocení variant je třeba stanovit určitá kritéria, podle kterých budou možná řešení hodnocena. V zásadě tedy úloha vícekriteriálního rozhodování musí obsahovat:

- Informace o variantách
- Kritéria hodnocení
- Metodu hodnocení

Řešením úlohy vícekriteriálního rozhodování (dále jen VR) dospějeme k optimální variantě, ke které se budou ostatní řešení z množiny všech přípustných variant blížit. Pro ilustraci je uveden praktický příklad.

Příklad 1: Při návrhu požární ochrany ocelového nosného sloupu je třeba vybrat mezi protipožárním obkladem, nátěrem nebo nástřikem. Optimální variantou je varianta s minimálními náklady, estetickým vzhledem a požadovanou požární odolností.

Na první pohled se může zdát toto řešení nejednoznačné, ale řešením této úlohy pomocí VR lze dospět k jasnému výsledku a výběru nejlepší varianty. Problémem ale zůstává zadání hodnot pro kritéria i jejich vzájemné vazby (např. zda je důležitější vzhled nebo cena). Proto je třeba věnovat pozornost vkládaným datům, aby jejich hodnota nebyla pokud možno subjektivní, nýbrž vypovídající.

Stanovení variant

V úlohách vícekriteriálního hodnocení variant má množina všech variant konečný počet prvků. Z této množiny je třeba vybrat varianty přípustné, tj. varianty, které jsou realizovatelné (nepřípustná varianta v příkladu 1 může být varianta nesplňující požadavek požární odolnosti).

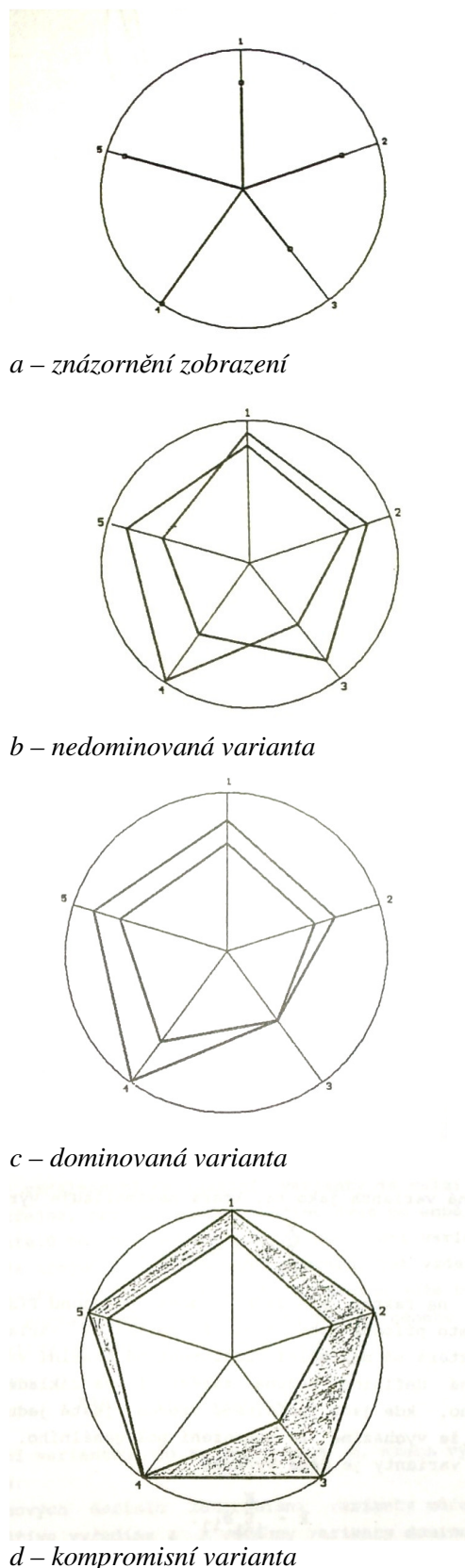
Po vyřazení nepřipustných variant je třeba z množiny odstranit i varianty dominované. Nedominovanou variantou se rozumí taková varianta, ke které neexistuje lepší v tom smyslu, že by bylo možné některé hodnoty kritérií zlepšit, aniž by se ostatní zhoršily. Z matematického hlediska lze označit i -tou variantu vektorem $a_i = (y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, \dots, y_{ik})$ a j -tou variantu $a_j = ((y_{j1}, y_{j2}, y_{j3}, \dots, y_{jk}))$. Pak varianta a_i dominuje a_j , pokud platí, že $a_i \geq a_j$. Množina nedominovaných variant se označuje A_N , množina všech variant pak A .

Z množiny A_N řešením VR dostaneme variantu optimální, t.j. variantu nejvhodnější k realizaci. Je-li v množině A_N právě jedna varianta, pak bude optimální. Kromě pojmu optimální varianta zná teorie VR i ideální variantu. To je varianta, kde všechny kritéria budou hodnoceny maximálně. V drtivé většině případů se ale jedná o variantu čistě hypotetickou a skutečné varianty se k ní pouze více či méně blíží.

Názorně lze množinu variant a jednotlivé její podmnožiny znázornit graficky na obr. 4.1. Vhodným zobrazením se jeví soustava hvězdicových souřadnic, kde počet os (paprsků) je roven počtu kritérií. Na osách, začínajících v bodě S, se zobrazuje hodnota kritérií, přičemž spolu osy svírají stejný úhel. Tím každá varianta vytváří n -úhelník, v závislosti na počtu os. Na obrázku 1a je vidět varianta a_1 . Jednotlivá kritéria jsou očíslována 1-5. Každé kritérium má minimum v bodě S a maximum na okraji pravidelného 5-úhelníku. Na obr. 4.1b lze porovnat 2 různé varianty, které jsou nedominované. Naopak obr. 4.1c ukazuje variantu a_3 , která je dominována a_1 . Ve všech kritériích je varianta a_1 lepší, než varianta a_3 , a tudíž a_1 dominuje a_3 . Příkladem kompromisní varianty je obr. 4.1d, kde ideální varianta a_{id} má všechny kritéria maximální. Kompromisní varianta je ta, která má rozdíl ploch a_{id} od a_4 co nejmenší.

Stanovení kritérií

Asi nejproblematictější částí teorie VR je stanovení kritérií a jejich hodnot. Hlavní problém tkví



Obr. 4.1 - Grafické znázornění variant na hvězdicovém zobrazení

v subjektivnosti poskytovaných informací. Např. při stanovování důležitosti kritérií může být pro někoho důležitější cena, pro jiného vzhled (z příkl. 1). Dát dohromady vypovídající informace separované od subjektivního vnímání bývá tedy velmi složité a často i nereálné. Metody k získání takových informací spočívají např. v sociologických průzkumech (dotazování většího počtu respondentů), shánění podrobných informací a jejich analýze (např. získání statistik a analýz ze zahraničí). Dalším způsobem je i vhodně zvolený model, který dokáže částečně vliv nepřesností potlačit. Z tohoto hlediska lze úlohy VR rozdělit do 4 kategorií:

1. Úlohy s kardinální informací o kritériích – úlohy umožňující skalarizaci optimalizačního kritéria. Jedná se o typy úloh VR, kde převádíme kritéria na skalár. Převod informací je potřeba provádět tak, aby nedocházelo ke zkreslení informací, k čemuž nám pomáhají metody VR.
2. Úlohy bez informace umožňující skalarizaci – Vyznačuje se velkou množinou nedominovaných variant, kde je potřeba doplňujících předpokladů, které nedominované varianty dále rozliší.
3. Úlohy s informací získanou v průběhu řešení – jedná se o postupy, které umožňují získávat informace od uživatele v průběhu řešení úlohy a to zpravidla prostřednictvím dialogu uživatele s počítačovým programem. Jsou zde třeba kvalifikované odpovědi, jinak může dojít ke zkreslení.
4. Parametricky řešené úlohy – jsou obtížnější a nepřehlednější, optimální řešení je funkcí vložené informace. Z hlediska přesnosti informací jsou nejspolehlivější.

Modelování kritérií

Postupů, jak modelovat preference mezi kritérii, je několik. Pro účely těchto skript byly vybrány tři z nich. Jedná se o aspirační úrovně kritérií, ordinální informace o kritériích a o kardinální informace o kritériích ve formě vah.

Aspirační úrovně:

Při řešení aspiračních úrovní musí uživatel stanovit určité úrovně, které musí daná varianta splňovat. Pokud podmínky aspiračních úrovní nesplňuje, není pro další řešení akceptovatelná. Po vyřazení nevyhovujících variant se vyhovující varianty podrobí další aspirační úrovni, která opět vyselektuje pouze některé varianty. Změnou aspiračních úrovní lze dojít až ke kompromisní variantě, která může být vyhodnocena jako nejlepší.

Ordinální informace:

Ordinální informací o kritériích rozumíme jejich srovnání od nejvíce důležitého po nejméně důležité. Některé metody s ordinální informací připouštějí i kvaziuspořádání, t.j. připouštějí i existenci několika stejně hodnocených kritérií.

Váhy:

Mnoho úloh VR je založeno na principu vah kritérií. Váhový vektor $v = (v_1, v_2, \dots, v_k)$ určuje důležitost jednotlivých kritérií. Součet jednotlivých vah je vždy roven 1 a dílčí váha musí být větší než 0. Čím je dané kritérium v_i důležitější, tím bude mít větší váhu (t.j. větší hodnotu z intervalu (0,1)).

Problémem zůstává, jak dané váhy určit. K tomu nám mohou pomoci metody, které na základě informací od uživatele konstruuji odhady vah:

Metoda pořadí – od uživatele se požaduje uspořádání kritérií dle důležitosti. Uspořádaným kritériím je přiřazen hodnota, nejdůležitějšímu hodnota k , dalšímu $k-1$, nejméně důležitému pak 1. Váhu daného kritéria pak vypočteme jako $v_i = b_i / (\text{suma } b_i)$, pro $i = 1, 2, \dots, k$.

Bodovací metoda – každému kritériu jsou přiřazeny body z předem určeného intervalu. Čím je kritérium důležitější, tím vyšší bodové ohodnocení dostává. Možností rozdělení bodů je jemnější, než předchozí metoda pořadí. Výpočet vah je stejný jako výše.

Metoda párového srovnání – používá porovnávání dvou kritérií mezi sebou. Vhodné je zobrazení v tzv. Fullerově trojúhelníku, kdy kritéria pevně očíslováme pořadovými čísly 1, 2, ..., k . V trojúhelníkovém schématu, jehož dvojřádky tvoří dvojice pořadových čísel uspořádaných tak, že se každá dvojice kritérií vyskytne právě jedenkrát, uživatel zakroužkuje vždy důležitější kritérium. Počet zakroužkování i -tého kritéria pak označíme n_i a váha i -tého kritéria se vypočte jako $v_i = n_i / N$, kde N je celkový počet možných zakroužkování. Viz obr. 4.2.

1	1	1		1
2	3	4		k
	2	2		2
	3	4		k
.....				
		k-2	k-2	
		k-1	k	
			k-1	
			k	

Obr.4.2 Schéma Fullerova trojúhelníku

Využití těchto metod s použitím vah je uvedeno ve vzorovém příkladu I.

Modelování variant a funkce užítku

Modelování variant je záležitostí více teoretickou. Existuje-li množina variant A , pak relací R na množině A nazveme podmnožinu všech uspořádaných dvojic prvků (a,b) , $a \in A$, $b \in A$. Pokud dvojice (a,b) splňuje relaci R , pak se dá napsat jako $a R b$. Jestliže R odpovídá nějakému kritériu, potom daný zápis znamená, že varianta a je hodnocena stejně nebo lépe než varianta b podle kritéria R .

Relace může být reflexivní, symetrická, antisymetrická, tranzitivní a úplná.

Funkce užítku je další možností modelování preferencí uživatele. Má-li určitá varianta a podle kritéria f_j hodnotu $f_j(a)$, přináší tím určitý užitek, který se dá měřit pomocí dílčí funkce užítku.

4.2 METODY ŘEŠENÍ VÍCEKRITÉRIÁLNÍHO ROZHODOVÁNÍ

Metod řešení úloh VR je mnoho. Omezíme se pouze na některé a popíšeme si jejich principy.

Metody s ordinální informací

Metody s ordinální informací jsou založeny na uspořádání kritérií podle významnosti. Nejjednodušší metodou je *Lexikografická metoda*, kde se postupně hodnotí varianty na základě jednotlivých kritérií

v pořadí jejich důležitosti. Prakticky se postupuje tak, že se varianty zhodnotí podle prvního kritéria, které je považováno za rozhodující. Varianty s nejvyšším ohodnocením se pak posuzují podle druhého kritéria, atd. , až se dojde k jedné variantě, případně se projdou všechna kritéria. Postup si projdeme na příkladu 2:

Příklad 2:

Dle výpočtu PBR nevyhoví délky únikových cest. Možnosti řešení jsou následující: instalace systému EPS (varianta a_1), instalace sprinklerů (a_2), vybudování únikového schodiště vně budovy (a_3). Hodnotícími faktory jsou: časová náročnost (f_1), realizační cena (f_2), změna vzhledu (f_3). Hodnocení proběhlo na stupnici 1-3, kde 3 bylo maximum (nejlepší), a 1 minimum (nejhorší).

Řešení: Takto definovaná úloha se může zapsat maticově jako:

	f_1	f_2	f_3
a_1	2	1	3
a_2	2	2	2
a_3	1	3	1

Z matice vyplývá, že podle kritéria f_1 dopadly lépe varianty a_1 a a_2 , než a_3 . Proto variantu a_3 již dále nehodnotíme a soustředíme se na první dvě. Dle druhého kritéria je lepší varianta a_1 , která tedy vyšla jako kompromisní a podle této metody nejlepší.

Další možnou metodou je metoda *oreste*. Tato metoda vyžaduje jako vstup pouze ordinální informaci o kritériích a variantách. Od uživatele je požadováno úplné kvaziuspořádání variant a úplné kvaziuspořádání kritérií. Metoda obsahuje dvě části. V první se určuje vzdálenost každé varianty od každého kritéria od fiktivního počátku. Poté jsou varianty podle určitých pravidel uspořádány. Ve druhé části se provádí indifferenční analýza, kdy pro každou dvojici variant je možné provést test na zjištění preference P , indifferenční (srovnatelnost) I nebo nesrovnatelnosti N variant. Postup si rozdělíme do několika kroků:

Krok 1 – Kvaziuspořádání důležitosti kritérií se dá vyjádřit vektorem jako $q = (q_1, q_2, \dots, q_k)$.

V případě indifferenčních kritérií jsou brána průměrná čísla. Kvaziuspořádání matice podle kritérií pak dává matici P

$$P = (p_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

Prvky $p_{i,j}$ jsou pořadová čísla varianty a_i dle kritéria f_j .

Krok 2 – Na základě kroku 1 se vypočte matice vzdáleností od fiktivního počátku D

$$D = (d_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, k,$$

$$d_{ij} = (0,5 (p_{ij})^r + 0,5 (q_j)^s)^{1/r}, \quad \text{kde } r \text{ je reálné číslo.}$$

Krok 3 – Vzdálenosti d_{ij} jsou vzestupně uspořádány a ohodnoceny pořadovými čísly r_{ij} ($i = 1, 2, \dots, p$, $j = 1, 2, \dots, k$), případně průměrnými pořadovými čísly v případě indiferentních variant. Tímto způsobem získáme matici pořadových čísel $R = (r_{ij})$ a můžeme určit její řádkové součty

$$r_i = \sum r_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

Vzestupným uspořádáním těchto hodnot dostaneme kvaziuspořádání variant.

Krok 4 – Na základě hodnot r_{ij} vypočteme hodnoty preferenčních intenzit c

$$c_{ij} = \sum (r_{jh} - r_{ih}), \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

Maximální hodnota, které může preferenční intenzita dosáhnout je $c^{\max} = k^2 (p-1)$.

Podílem c_{ij} ku $c^{\max}$ dostáváme tzv. normalizační preferenční intenzitu, která se používá k identifikaci vztahů preference P , indifference I a nesrovnatelnosti N . K tomu je potřeba, aby byly známy hodnoty prahů α, β, γ .

Krok 5 - V tomto kroku se provádí test indifference. Jestliže platí, že

$$c_{ij}^n \leq \alpha \quad \text{a} \quad c_{ij}^n - c_{ji}^n \leq \beta,$$

potom jsou varianty a_i a a_j navzájem indiferentní. V opačném případě nastává vztah preference nebo nesrovnatelnosti.

Krok 6 – Test nesrovnatelnosti:

$$c_{ji}^n / (c_{ij}^n - c_{ji}^n) \geq \gamma,$$

potom jsou varianty a_i a a_j navzájem nesrovnatelné, což znamená, že na základě vstupních informací nelze rozhodnout, zda jsou indiferentní nebo preferenční. V opačném případě a_i preferuje a_j .

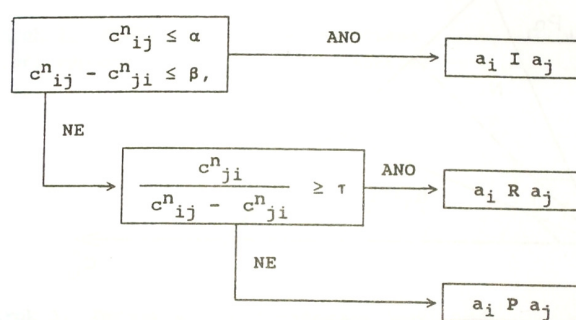
Výsledek preferenční analýzy závisí dosti na volbě prahů α, β, γ . Pro horní meze prahů α a β lze

odvodit následující hodnoty:

$$\alpha \leq 1/(2(p-1)), \quad \beta \leq 1/(k(p-1)).$$

Pro práh γ pak lze určit dolní práh jako $\gamma \geq (k-2)/4$.

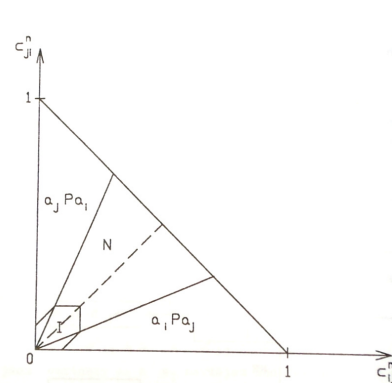
Schematicky je možné postup preferenční analýzy zachytit dle obrázku 4.3.



Obr. 4.3 Schéma analýzy řešení metodou Oreste

Výstupem metody Oreste je matice, kde řádky i sloupce odpovídají jednotlivým variantám. Prvky matice jsou pak pro danou dvojici označeny symbolem I, N, > (a_i preferuje a_j), <. Druhým výstupem je grafické znázornění, kde množina přípustných hodnot dvojic preferenčních intenzit se rozpadá na preferenční zóny, zónu N a zónu I (viz obr. 4.4).

Metodou Oreste je řešen vzorový příklad II.



Obr.4.4 Grafické znázornění metody Oreste

Metody s kardinální informací

Zajímavou metodou při použití kardinální informace je *metoda funkce užitku*, kde je základním principem domněnka, že varianta a_i dosáhla podle kritéria f_j určité hodnoty $y_{ij} = f_j(a_i)$ a přináší tím uživateli určitý užitek, který se dá měřit pomocí funkční hodnoty dílčí funkce užitku $u_j[f_j(a_i)]$. Funkční hodnoty jsou z intervalu (0, 1). Obecně platí, že čím je daná varianta vhodnější, tím je vyšší hodnota dílčí funkce užitku.

Vícekritériální funkce užitku dokáže agregovat dílčí funkce užitku do jediné funkce, která popisuje užitek z vybrané varianty z hlediska všech kritérií společně

$$u(a_i) = u \{ u_1[f_1(a_1)], u_2[f_2(a_2)], \dots, u_k[f_k(a_k)] \}.$$

V praxi se pak často používá aditivní funkce užitku, která má tvar

$$u(a_i) = \sum v_j u_j[f_j(a_i)], \quad \text{kde } v_j \text{ jsou váhy kritérií a } u_j[f_j(a_i)] \text{ jsou dílčí funkce užitku.}$$

Kompromisní varianta pak dává maximální hodnotu $u(a_i) \rightarrow \max$.

Tento typ úloh je matematicky náročný a vyžaduje softwarové vybavení.

4.3 VZOROVÉ PŘÍKLADY

Vzorový příklad I

Zadání:

Je třeba vybrat nejvhodnější protipožární nátěr na dřevěné konstrukce. V úvahu přicházejí tři nátěry, které splňují základní požadavky a jsou investorem přijatelné. Investor dále určil kritéria, kterými jsou: životnost, zvýšení požární odolnosti, cena a vydatnost.

Řešení:

Označení variant.

- a_1 – Promadur bezbarvý
- a_2 – Flamgard Transparent
- a_3 – Dexaryl B – Transparent

Nátěry jsou vybírány na základě kritérií f_1, f_2, f_3, f_4 , uspořádanými podle důležitosti:

f_1 - životnost [roky] (max),

f_2 - zvýšení požární odolnosti [min] (max),

f_3 - cena [Kč/kg] (min),

f_4 - vydatnost [m^2/kg] (max).

Úkolem je stanovit pořadí výhodnosti transparentních intumescentních nátěrů z uvedeného výběru.

Základní kritériální matice úlohy má tvar:

	f_1	f_2	f_3	f_4	
a_1	5	14	250	2,4	
a_2	10	11	270	2,0	
a_3	10	14	450	1,8	

Upravená kritériální matice pro maximalizační kritéria má tvar:

	f_1	f_2	f_3	f_4	
a_1	5	14	200	2,4	
a_2	10	11	180	2,0	
a_3	10	14	0	1,8	

Z uspořádání kritérií podle důležitosti f_1, f_2, f_3, f_4 je možné určit váhy kritérií několika metodami.

▪ Metoda pořadí

Stanoví se pořadí důležitosti kritérií a podle tohoto pořadí jsou kritériím přiřazeny hodnoty 4 až 1, jejich součet je 10. Váhy se určí na jedno desetinné místo.

Kritéria	f_1	f_2	f_3	f_4
Pořadí	1	2	3	4
Hodnoty	4	3	2	1
Váhy	0,4	0,3	0,2	0,1

▪ Metoda bodovací

Kritéria se hodnotí podle bodovací stupnice. Celkem je rozděleno 150 bodů (70+50+20+10).

Kritéria	f_1	f_2	f_3	f_4
Body	90	75	40	15
Váhy	0,41	0,34	0,18	0,07

▪ Metoda párového porovnání kritérií

Váhy byly vypočítány z údajů ve Fullеровě trojúhelníku

1	1	1	$n_1=3$	$w_1=0,5$
2	3	4	$n_2=2$	$w_2=0,33$
	2	2	$n_3=1$	$w_3=0,17$
	3	4	$n_4=0$	$w_4=0$
		3		
		4	$N=6$	

Z uvedených metod se pokračuje s výsledky bodovací metody, kde jsou mezi jednotlivými kritérii nestejně rozdíly a všechna kritéria mají nenulové hodnoty. Podle ní je vektor vah $\mathbf{v}=(0,47;0,33;0,13;0,07)$. Počet permutací pořadí tří variant je $3! = 6$.

Pro permutaci $P_1=(a_1,a_2,a_3)$ určíme matici

		1	2	3
	1	0	0,59	0,59
$\mathbf{C}_1 =$	2	0,41	0	0,66
	3	0,52	0,52	0

kde:

$$c_{12} = \sum_{h \in I_{12}} v_h = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{13} = \sum_{h \in I_{13}} v_h = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{23} = \sum_{h \in I_{23}} v_h = v_1 + v_3 + v_4 = 0,41 + 0,18 + 0,07 = 0,66;$$

$$c_{21} = \sum_{h \in I_{21}} v_h = v_1 = 0,41;$$

$$c_{31} = \sum_{h \in I_{31}} v_h = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{32} = \sum_{h \in I_{32}} v_h = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$R_1 = \sum_{i \in J} c_{ij} - \sum_{i \in J} c_{ji} = (0,59 + 0,59 + 0,66) - (0,41 + 0,52 + 0,52) = 1,84 - 1,45 = 0,39$$

Z výrazu pro ukazatel $\mathbf{R}$ je zřejmé, že tento ukazatel je vždy rozdílem mezi součtem prvků matice $\mathbf{C}$ nad hlavní diagonálou a součtem prvků matice pod hlavní diagonálou.

Analogicky lze provést výpočet pro další permutace

$$P_2 = (a_1, a_3, a_2).$$

Prvky matice $\mathbf{C}_2$:

$$c_{13} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{12} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{31} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{32} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{21} = v_1 = 0,41;$$

$$c_{23} = v_1 + v_3 + v_4 = 0,41 + 0,18 + 0,07 = 0,66;$$

			1	3	2
		1	0	0,59	0,59
C₂	=	3	0,52	0	0,52
		2	0,41	0,66	0

$$R_2 = (0,59 + 0,59 + 0,52) - (0,52 + 0,66 + 0,41) = 1,70 - 0,59 = 0,11$$

$$P_3 = (a_2, a_1, a_3).$$

Prvky matice **C₃**:

$$c_{21} = v_1 = 0,41;$$

$$c_{23} = v_1 + v_3 + v_4 = 0,41 + 0,18 + 0,07 = 0,66;$$

$$c_{12} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{13} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{32} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{31} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

			2	1	3
		2	0	0,41	0,66
C₃	=	1	0,59	0	0,59
		3	0,52	0,52	0

$$R_3 = (0,41 + 0,66 + 0,59) - (0,59 + 0,52 + 0,52) = 1,66 - 1,63 = 0,03$$

$$P_4 = (a_2, a_3, a_1).$$

Prvky matice **C₄**:

$$c_{23} = v_1 + v_3 + v_4 = 0,41 + 0,18 + 0,07 = 0,66;$$

$$c_{21} = v_1 = 0,41;$$

$$c_{32} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{31} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{12} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{13} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

			2	3	1
		2	0	0,66	0,41
C₄	=	3	0,52	0	0,52
		1	0,59	0,59	0

$$R_4 = (0,66 + 0,52 + 0,41) - (0,52 + 0,59 + 0,59) = 1,59 - 1,70 = -0,11$$

$$P_5 = (a_3, a_1, a_2).$$

Prvky matice **C₅**:

$$c_{31} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{32} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{13} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{12} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{23} = v_1 + v_3 + v_4 = 0,41 + 0,18 + 0,07 = 0,66;$$

$$c_{21} = v_1 = 0,41;$$

			3	1	2
		3	0	0,52	0,59
C₅	=	1	0,59	0	0,59
		2	0,66	0,41	0

$$R_5 = (0,52 + 0,59 + 0,59) - (0,59 + 0,66 + 0,41) = 1,70 - 1,66 = 0,04$$

$$P_6 = (a_3, a_2, a_1).$$

Prvky matice **C₆**:

$$c_{32} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{31} = v_1 + v_2 = 0,34 + 0,18 = 0,52;$$

$$c_{23} = v_1 + v_3 + v_4 = 0,41 + 0,18 + 0,07 = 0,66;$$

$$c_{21} = v_1 = 0,41;$$

$$c_{13} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

$$c_{12} = v_2 + v_3 + v_4 = 0,34 + 0,18 + 0,07 = 0,59;$$

			3	2	1
		3	0	0,52	0,52
C₆	=	2	0,66	0	0,41
		1	0,59	0,59	0

$$R_6 = (0,52 + 0,52 + 0,41) - (0,66 + 0,59 + 0,59) = 1,45 - 1,84 = -0,39.$$

Hodnota $R_1 = 0,39$ je maximální, a proto optimální pořadí při daných vahách bodovací metody $\mathbf{v} = (0,41; 0,34; 0,18; 0,07)$ je (a_1, a_2, a_3) . Při párovém porovnání kritérií a při použití metody pořadí vychází maximální hodnota $R_1 = 0,39$ a optimální pořadí bude stejné jako v předchozím případě (a_1, a_2, a_3) .

Vzorový příklad II

Zadání:

Bylo zjištěno, že určitá stropní konstrukce nevyhoví požadované požární odolnosti. Bylo vybráno 5 možností, kterými lze požární odolnost zvýšit a na základě poskytnutých informací od odborníků v požární ochraně a firem vyrábějící dané výrobky byly sestaveny kritéria pro výběr nejvhodnější varianty.

Řešení:

Označení variant:

- a_1 - Podhled jako požární předěl vytvářející úsek bez požárního rizika
- a_2 - Zvýšení PO protipožárním nátěrem
- a_3 - Zvýšení PO protipožárním nástřikem
- a_4 - Zvýšení PO protipožárním obkladem Ordexal
- a_5 - Podhled se závislou funkcí

Označení kritérií:

f_1 - Zvýšení požární odolnosti (min) [max]

f_2 - Cena realizace (Kč/m²) [min]

f_3 - Údržba systému (Kč/m²/rok) [min]

f_4 - Estetický vzhled (body) [max]

f_5 - Možnosti aplikace - šíře použití (body) [max]

Stanovení kritériální matice:

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
a_1	180	300	10	10	10
a_2	30	200	20	7	5
a_3	45	150	15	3	5
a_4	180	250	9	9	9
a_5	45	200	8	9	9

Po převedení matice na maximalizační tvar dostáváme:

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
a_1	180	0	10	10	10
a_2	30	100	0	7	5
a_3	45	150	5	3	5
a_4	180	50	11	9	9
a_5	45	100	12	9	9

Nyní uspořádáme varianty podle kritérií, jak jsou ohodnoceny:

f_1 : a_1, a_4, a_3, a_5, a_2

f_2 : a_3, a_5, a_2, a_4, a_1

f_3 : a_5, a_4, a_1, a_3, a_2

f_4 : a_1, a_4, a_5, a_2, a_3

f_5 : a_1, a_4, a_5, a_2, a_3

Z toho vyplývá matice P:

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
a_1	1,5	5	3	1	1
a_2	5	2,5	5	4	4,5
a_3	3	1	4	5	4,5
a_4	1,5	4	2	2,5	2,5
a_5	4	2,5	1	2,5	2,5

Podle vzorce $D = (d_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, p$, $j = 1, 2, \dots, k$,

$$d_{ij} = (0,5 (p_{ij})^r + 0,5 (q_{ij})^s)^{1/r}, \text{ kde } r \text{ je reálné číslo,}$$

vypočteme prvky matice vzdáleností ($r = 3$)

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
a_1	1,29	4,05	3,00	3,19	3,97
a_2	3,98	2,27	4,24	4,00	4,76
a_3	2,41	1,65	3,57	4,55	4,76
a_4	1,29	3,30	2,60	3,41	4,12
a_5	3,19	2,27	2,41	3,41	4,12

Dále vypočteme matici pořadových čísel vzdáleností:

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
a_1	1,50	19,00	9,00	10,50	16,00
a_2	17,00	4,50	22,00	18,00	24,50
a_3	6,50	3,00	15,00	23,00	24,50
a_4	1,50	12,00	8,00	13,50	20,50
a_5	10,50	4,50	6,50	13,50	20,50

Z položek r_{ij} součtem přes j dostaneme součet vzdáleností pro celou variantu a varianty uspořádáme:

1. - 2. $a_4 = 55,5$

1. - 2. $a_5 = 55,5$

3. $a_1 = 56,0$

4. $a_3 = 72,0$

5. $a_2 = 86,0$

Dopočítáme-li matici normalizovaných intenzit, dostaneme:

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1	0,00	0,44	0,32	0,07	0,17
a_2	0,15	0,00	0,05	0,08	0,00
a_3	0,16	0,19	0,00	0,09	0,06
a_4	0,08	0,38	0,26	0,00	0,09
a_5	0,17	0,30	0,22	0,09	0,00

Zvolíme-li prahy v hodnotách:

$$\alpha = 0,125$$

$$\beta = 0,050$$

$$\gamma = 0,800,$$

dostaneme matici preferenční analýzy:

	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
a ₁	I	>	N	I	I
a ₂	<	I	<	<	<
a ₃	N	>	I	<	<
a ₄	I	>	>	I	I
a ₅	I	>	>	I	I

4.6 ZÁVĚR

Vícekritériální rozhodování může výrazně při hledání optimálního řešení více možností. Tím největším úskalím je ale zadání vstupních údajů, které jsou často subjektivní. Přesto metody VR účinně řeší nejrůznější problematické úlohy.

Literatura

[1] Jablonský J., Maňas M., Vícekritériální rozhodování, VŠE Praha 1997, ISBN 80-7079- 748-7.

[2] Houška M., ZIP – Vícekritériální rozhodování, SMEP,

URL: http://etext.czu.cz/php/skripta/skriptum.php?titul_key=79.

QUALITY RECORD

Název	Vícekriteriální rozhodování v požární problematice
Kategorie	Požární ochrana 2008
Název souboru	7-4_Vicekriterialni_rozhodovani.pdf
Datum vytvoření	10. 12. 2007
Autor	Ing. Daniel Šimmer Katedra konstrukcí pozemních staveb, Fakulta stavební, ČVUT v Praze
Literatura	Jablonský J., Maňas M., Vícekriteriální rozhodování, VŠE Praha 1997, ISBN 80-7079-748-7 Houška M., ZIP – Vícekriteriální rozhodování, SMEP, URL: http://etext.czu.cz/php/skripta/skriptum.php?titul_key=79